

# Mathématiques : 2ème Année Collège

## Séance 4 (Symétrie axiale)

### Sommaire

- I- Symétrie d'un point
- II- Symétrie d'un segment
- III- Conservation de l'alignement des points
- IV- Symétrie d'une demi-droite
- V- Symétrie d'une droite
- VI- Symétrie d'un angle
- VII- Symétrie d'un cercle
- IIIX- Exercices
  - 8-1/ Exercice 1
  - 8-2/ Exercice 2
  - 8-3/ Exercice 3
  - 8-4/ Exercice 4
  - 8-5/ Exercice 5
  - 8-6/ Exercice 6
  - 8-7/ Exercice 7

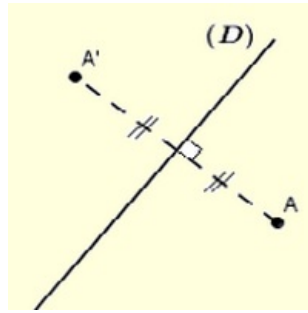
---

### I- Symétrie d'un point

#### 1-1/ Définition

Le symétrique d'un point  $A$  par une symétrie axiale d'axe  $(D)$  est le point  $A'$  tel que  $(D)$  soit la médiatrice du segment  $[A A']$ .

#### 1-2/ Exemple



- Le point  $A'$  est appelé : Le symétrique du point  $A$  par rapport à la droite  $(D)$ .
- La droite  $(D)$  est appelée : Axe de symétrie.

Si le point  $M'$  est le symétrique d'un point  $M$  par rapport à une droite  $(D)$ , alors  $M$  est aussi le symétrique de  $M'$  par rapport à  $(D)$ .

On dit que les points  $M$  et  $M'$  sont deux points symétriques par rapport à  $(D)$ .

### 1-3/ Remarque

Si un point  $A$  appartient à  $(D)$ , alors ce point est le symétrique de lui-même par rapport à  $(D)$ .

## II- Symétrique d'un segment

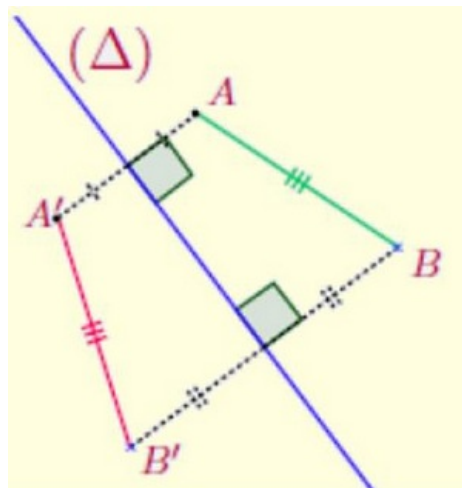
### 2-1/ Propriété

Soit  $(\Delta)$  une droite et  $[AB]$  un segment.

Si  $A'$  et  $B'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$  et  $B$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ , alors le symétrique du segment  $[AB]$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est le segment  $[A'B']$ .

On a :  $A'B' = AB$ , on dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.

### 2-2/ Exemple



Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

- $A'$  est le symétrique de  $A$
- $B'$  est le symétrique de  $B$

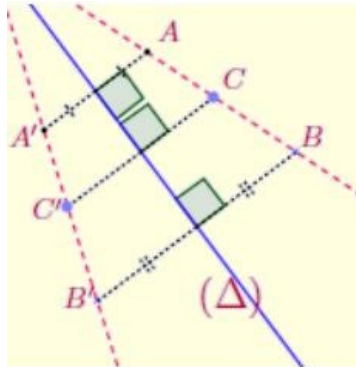
Donc le segment  $[A'B']$  est le symétrique du segment  $[AB]$ .

## III- Conservation de l'alignement des points

### 3-1/ Propriété

Les symétriques des points alignés par rapport à une droite sont aussi des points alignés.  
On dit que la symétrie axiale conserve l'alignement des points.

### 3-2/ Exemple



Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

- $A'$  est le symétrique de  $A$
- $B'$  est le symétrique de  $B$
- $C'$  est le symétrique de  $C$

Puisque les points  $A, B, C$  sont alignés, alors les points  $A', B', C'$  sont alignés.

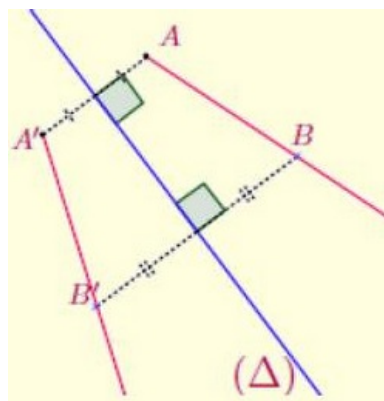
## IV- Symétrique d'une demi-droite

### 4-1/ Propriété

Soit  $(\Delta)$  une droite et  $[AB)$  une demi-droite.

Si  $A'$  et  $B'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$  et  $B$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ , alors le symétrique de la demi-droite  $[AB)$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est la demi-droite  $[A'B')$ .

### 4-2/ Exemple



Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

- $A'$  est le symétrique de  $A$
- $B'$  est le symétrique de  $B$

Donc la demi-droite  $[A'B')$  est le symétrique de la demi-droite  $[AB)$ .

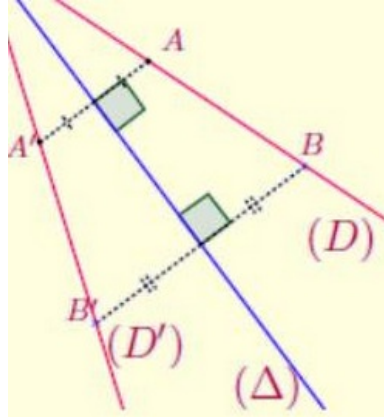
## V- Symétrique d'une droite

## 5-1/ Propriété

Soient  $(\Delta)$  et  $(AB)$  deux droites.

Si  $A'$  et  $B'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$  et  $B$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ , alors le symétrique de la droite  $(AB)$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est la droite  $(A'B')$ .

## 5-2/ Exemple



Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

- $A'$  est le symétrique de  $A$
- $B'$  est le symétrique de  $B$

Donc la droite  $(A'B')$  est le symétrique de la droite  $(AB)$ .

Donc la droite  $(D')$  est le symétrique de la droite  $(D)$ .

## VI- Symétrie d'un angle

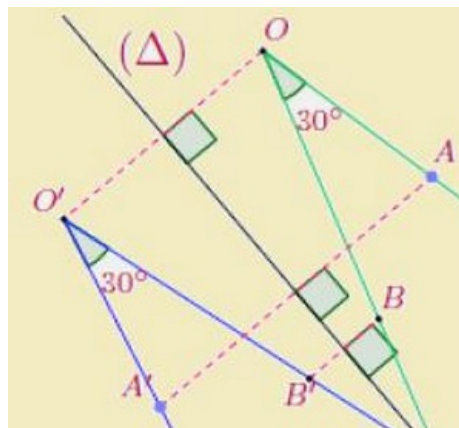
### 6-1/ Propriété

Soit  $(\Delta)$  une droite et  $\widehat{AOB}$  un angle.

Si  $A'$ ,  $O'$  et  $B'$  sont les symétriques respectifs des points  $A$ ,  $O$  et  $B$  par rapport à la droite  $(\Delta)$ , alors le symétrique de l'angle  $\widehat{AOB}$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est l'angle  $\widehat{A'O'B'}$ .

On a :  $\widehat{AOB} = \widehat{A'O'B'}$ , on dit que la symétrie axiale conserve la mesure d'angles.

### 6-2/ Exemple



Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

- $A'$  est le symétrique de  $A$
- $O'$  est le symétrique de  $O$

- B' est le symétrique de B

Donc l'angle  $\widehat{A'O'B'}$  est le symétrique de l'angle  $\widehat{AOB}$ .

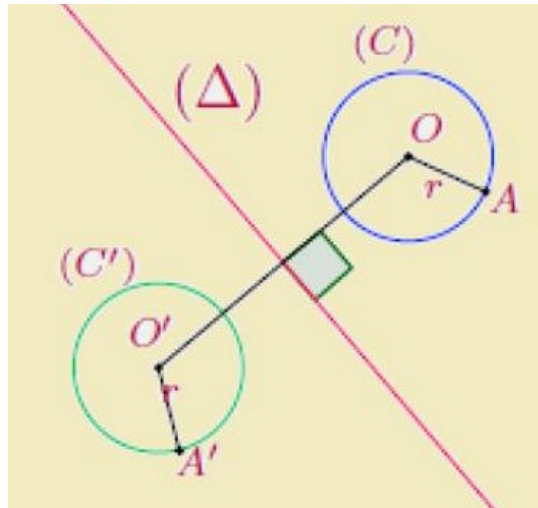
## VII- Symétrie d'un cercle

### 7-1/ Propriété

Soit  $(\Delta)$  une droite et  $(C)$  un cercle de centre O et de rayon r.

Si O' est le symétrique de O par rapport à la droite  $(\Delta)$ , alors le symétrique du cercle  $(C)$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  est le cercle  $(C')$  de centre O' et de même rayon r.

### 7-2/ Exemple



Par rapport à la droite  $(\Delta)$  on a :

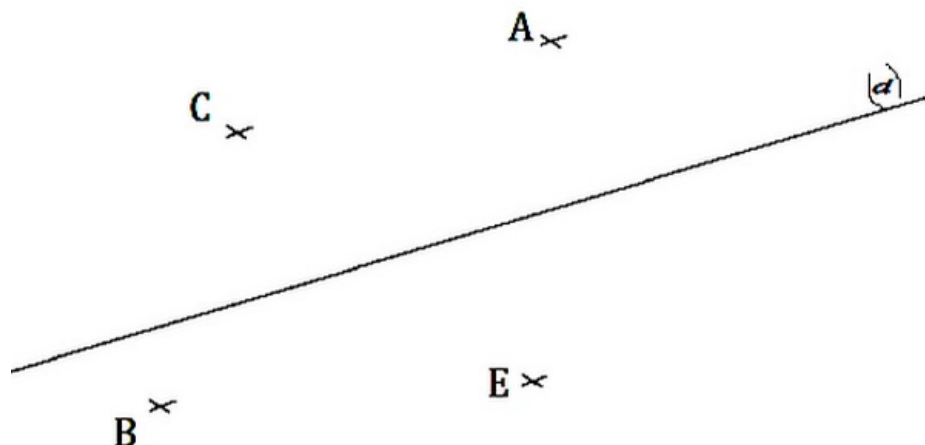
- O' est le symétrique de O

Donc le cercle  $(O;r)$  est le symétrique du cercle  $C'(O';r)$ .

## III- Exercices

### 8-1/ Exercice 1

- 1) Construire avec l'équerre graduée les symétriques des points A et B par rapport à la droite  $(d)$ .
- 2) Construire avec le compas les symétriques des points C et E par rapport à la droite  $(d)$ .



### 8-2/ Exercice 2

Soit la figure suivante :



1) Quel est le symétrique par rapport à la droite (d) de :

- A ? \_\_\_\_\_
- B ? \_\_\_\_\_
- C ? \_\_\_\_\_
- D ? \_\_\_\_\_

2) Quel est le symétrique par rapport à la droite (d') de :

- A ? \_\_\_\_\_
- B ? \_\_\_\_\_
- C ? \_\_\_\_\_
- D ? \_\_\_\_\_

3) Indiquer une droite non tracée sur la figure, par rapport à laquelle les points A et B sont symétriques.

### 8-3/ Exercice 3

ABC est un triangle isocèle en A tel que :  $AC = 3 \text{ cm}$ .

1. Construire  $B'$  le symétrique de B par rapport à la droite (AC).
2. Construire  $C'$  le symétrique de C par rapport à la droite (AB).
3. Montrer que :  $AB' = AC'$ .
4. Conclure que les points B, C,  $B'$  et  $C'$  appartiennent au même cercle. Déterminer son centre.

### 8-4/ Exercice 4

ABC est un triangle tel que :  $AB = 3 \text{ cm}$ ,  $\widehat{BAC} = 100^\circ$  et  $\widehat{ABC} = 30^\circ$ .

Soit M le milieu du segment [BC].

E est le symétrique de B par rapport à la droite (AM).

F est le symétrique de C par rapport à la droite (AM).

1. Construire la figure convenable.
2. Calculer AE.
3. Déterminer le symétrique de l'angle  $\widehat{BAC}$  par rapport à la droite (AM). Justifier votre réponse.

- Calculer les mesures des angles du triangle AEF.

### 8-5/ Exercice 5

ABCD est un quadrilatère convexe (non croisé) tel que  $\widehat{DAB} = 40^\circ$ , et I est le milieu du segment [AB].

- Construire la figure convenable.
- Construire les points A', B' et I' les symétriques respectifs des points A, B et I par rapport à la droite (CD).
- Montrer que les points A', B' et I' sont alignés.
- Comparer AI et A'I' ; puis BI et B'I'.
- Montrer que I' est le milieu du segment [A'B'].
- Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{D'A'B'}$ .

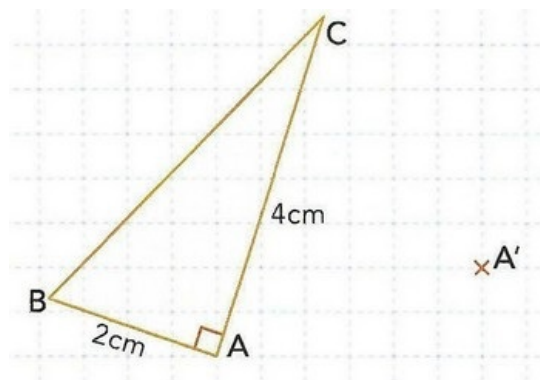
### 8-6/ Exercice 6

A et B sont les points d'intersection des cercles  $C(O; 2\text{cm})$  et  $C'(I; 4\text{cm})$  tel que  $OI = 3\text{cm}$ .

- Faire une figure.
- La droite (AB) est-elle un axe de symétrie de la figure ? justifier.
- Montrer que B est le symétrique de A par rapport à la droite (OI).
- En déduire l'axe de symétrie de la figure.
- Quelle est la symétrique de la demi-droite [OA) par rapport à la droite (OI) ?

### 8-7/ Exercice 7

L'axe de symétrie de la figure suivante a été effacé :



- Retrouver l'axe de symétrie (L) sachant que A' est le symétrique de A par rapport à (L)

Soient B' et C' les symétriques respectifs de B et C par rapport à (L).

- Quelle est la nature du triangle A'B'C' ? Justifier.
- Déterminer, en justifiant la réponse, l'aire du triangle A'B'C'.