

Mathématiques : 2ème Année Collège

Séance 15 (Ordre et opérations)

Sommaire

I- Comparaison de deux nombres rationnels

1-1/ Notation

1-2/ Propriétés

II- Ordre et opérations

2-1/ Ordre et addition – ordre et soustraction

2-2/ Ordre et multiplication

III- Encadrement d'un nombre rationnel

IV- Inéquations du premier degré à une inconnue

4-1/ Vocabulaire

4-2/ Résoudre des inéquations du premier degré à une inconnue

V- Exercices

5-1/ Exercice 1

5-2/ Exercice 2

5-3/ Exercice 3

5-4/ Exercice 4

5-5/ Exercice 5

5-6/ Exercice 6

I- Comparaison de deux nombres rationnels

1-1/ Notation

Symbole	Signification
$a < b$	a est inférieur strictement à b
$a > b$	a est supérieur strictement à b
$a \leq b$	a est inférieur ou égal à b
$a \geq b$	a est supérieur ou égal à b

1-2/ Propriétés

Soient a et b deux nombres rationnels :

- Si $a - b < 0$ alors $a < b$.
- Si $a - b > 0$ alors $a > b$.
- Si $a - b = 0$ alors $a = b$.

Exemples

II- Ordre et opérations

2-1/ Ordre et addition – ordre et soustraction

Propriété 1

Soient a, b et c trois nombres rationnels :

- Si $a < b$ alors $a + c < b + c$
- Si $a < b$ alors $a - c < b - c$

Exemples

Propriété 2

Soient a, b, c et d des nombres rationnels :

$$\text{Si } \begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \text{ alors } a + c < b + d$$

Exemples

2-2/ Ordre et multiplication

Propriété 1

Soient a, b et c des nombres rationnels :

$$\text{Si } \begin{cases} a < b \\ c > 0 \end{cases} \text{ alors } a \times c < b \times c$$

$$\text{Si } \begin{cases} a < b \\ c < 0 \end{cases} \text{ alors } a \times c > b \times c$$

Exemple

Propriété 1

Soient a, b, c et d des nombres rationnels positifs :

$$\text{Si } \begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \text{ alors } a \times c < b \times d$$

Exemple

III- Encadrement d'un nombre rationnel

Définition

Soit a , b et c des nombres rationnels.

Si $a \leq b$ et $b \leq c$, On écrit $a \leq b \leq c$

L'écriture $a \leq b \leq c$ est appelée l'encadrement de b

Exemple

IV- Inéquations du premier degré à une inconnue

4-1/ Vocabulaire

Une inéquation à une inconnue x est une inégalité entre deux expressions algébriques.

La valeur de x pour laquelle l'inégalité est vraie est la solution de l'inéquation.

4-2/ Résoudre des inéquations du premier degré à une inconnue

Définition

Résoudre une inéquation, c'est trouver tous les nombres qui vérifient l'inégalité.

Exemple

Résoudre les inéquations suivantes :

$$\textcircled{1} 2x + 1 \geq -7$$

$$\textcircled{2} -4x + 1 > 9 - 2x$$

V- Exercices

5-1/ Exercice 1

1. Comparer :

$$\frac{8}{9} \text{ et } \frac{7}{3}$$
$$\frac{-6}{11} \text{ et } \frac{-5}{7}$$
$$\frac{3}{4} + 5 \text{ et } \frac{2}{5} + 1$$

a et b sont deux nombres rationnels tels que : $a \leq 3$ et $b \geq 2$.

2. Prouver que $a - b \leq 1$

5-2/ Exercice 2

x et y sont deux nombres rationnels tels que $x \geq y$.

1. Comparer :

$$y - 23 \text{ et } x - 0,5$$
$$y + 13 \text{ et } x + 19$$
$$-y + 17 \text{ et } -x + 9$$

$$-y - 1,6 \text{ et } -x - 3,7$$
$$-5x \text{ et } -5y$$
$$-4x + 5 \text{ et } -4y + 5$$

5-3/ Exercice 3

x et y sont deux nombres rationnels tels que :

$$-9 \leq 2x + 3 \leq 7 \text{ et } -\frac{7}{2} \leq \frac{3y-1}{2} \leq -2$$

1. Montrer que $-6 \leq x \leq 2$ et $-2 \leq y \leq -1$

5-4/ Exercice 4

x et y sont deux nombres rationnels tels que :

$$-5 \leq 3x + 1 \leq -2 \text{ et } 1 \leq y \leq 3$$

1. Montrer que $-2 \leq x \leq -1$
2. Encadrer $2x$ et $3y$ et $x + y$ et $x - y$ et $2x + 3y - 5$ et $-2x - 3y$ et xy .

5-5/ Exercice 5

a et b sont deux nombres rationnels tels que $a \leq b$

1. Prouver que $2a \leq a + b \leq 2b$
2. En déduire que $a \leq \frac{a+b}{2} \leq b$

5-6/ Exercice 6

1. Résoudre les inéquations suivantes :

$$1 \quad \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{2}x$$

$$2 \quad 2x + 4 \geq 5(1 - x)$$

$$3 \quad 2(x - 4) < 3(2x - 1)$$

$$4 \quad 3x + 1 \geq 0$$

$$5 \quad 5(x + 1) + 5 \geq x + 5$$

$$6 \quad 3x - 5(2x + 4) < -5(x - 1) - 2(x + 1)$$

$$7 \quad \frac{x+3}{4} - \frac{1+x}{2} > 0$$

$$8 \quad 1 - \frac{x-3}{5} > x + \frac{5-2x}{2}$$

$$9 \quad \frac{x-2}{5} - \frac{1-3x}{3} \geq x - 1 - \frac{2-3x}{15}$$