- Proportionnalité

COMPÉTENCES ÉVALUÉES DANS CE CHAPITRE :

(**T** : compétences transversales, **N** : activités numériques, **G** : activités géométriques, **F** : gestion de données et fonctions)

Intitulé des compétences		Eval.1	Eval.2	Eval.3
T1	Connaître le vocabulaire, les définitions et les propriétés du cours	◯ ◯	◯ ◯	◯ ◯
F1	Calculer une quatrième proportionnelle	◯ ◯	◯ ◯	◯ ◯
F2	Effectuer des calculs faisant intervenir des pourcentages	◯ ◯	◯ ◯	◯ ◯
F3	Utiliser, dans un repère du plan, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine	◯ ◯	◯ ◯	◯ ◯
F4	Calculs de vitesses, distances et durées grâce à la formule $d = v \times t$	◯ ◯	◯ ◯	◯ ◯

Taux de réussite : ....%
Note du chapitre : ..../20
Moyenne de la classe : ..../20

* : cette compétence fait partie du **socle commun**.

Légende du tableau de compétences :

Deux points verts : *Je sais très bien faire*

Un point vert : *Je sais bien faire, mais il reste quelques erreurs*

Un point rouge : *Je ne sais pas bien faire, il y a trop d'erreurs*

Deux points rouges : *Je sais pas faire du tout*

26.1 Proportionnalité

Définition

Deux grandeurs sont dites **proportionnelles** si on passe des valeurs de l'une aux valeurs de l'autre en multipliant toujours par le même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

On présente souvent les situations de proportionnalité à l'aide d'un tableau ; par exemple :

Grandeur 1	5	11
Grandeur 2	12	24,2

$\times 2,2$

$\frac{12}{5} = \frac{24,2}{11} = 2,2$
ce tableau est un tableau de proportionnalité, et le coefficient de proportionnalité est égal à 2,2.

On peut ajouter une nouvelle colonne à un tableau de proportionnalité en multipliant l'une des colonnes par un nombre non nul :

$\times 3$

Grandeur 1	5	11	15
Grandeur 2	12	24,2	36

$\times 3$

On peut ajouter une nouvelle colonne à un tableau de proportionnalité en additionnant deux de ses colonnes :

Grandeur 1	5	11	16
Grandeur 2	12	24,2	36,2

26.2 Calculer une quatrième proportionnelle

Pour compléter un tableau de proportionnalité tel que celui-ci :

Grandeur 1	5	21
Grandeur 2	12	x

on peut aussi appliquer la **propriété des produits en croix égaux** :
On a $\frac{12}{5} = \frac{x}{21}$ et donc $12 \times 21 = 5 \times x$ et ainsi $x = \frac{12 \times 21}{5}$ ce qui donne $\boxed{x = 50,4}$

26.3 Pourcentages

1. **Calculer un pourcentage**

   Dans une classe de 24 élèves on trouve 15 garçons ; pour déterminer le pourcentage que représentent les garçons dans la classe, on peut compléter le tableau de proportionnalité suivant :

15	x
24	100

   ce qui donne $x = \dfrac{15 \times 100}{24}$ et donc $x = 62,5$.
   Les garçons représentent 62,5% des élèves de la classe

2. **Appliquer un pourcentage**

   Dans un bureau de vote, il y a eu 450 votants, et 40% d'entre eux ont voté pour le candidat A ; pour déterminer combien de voix le candidat A a recueilli dans ce bureau de vote, on peut compléter le tableau de proportionnalité suivant :

x	40
450	100

   ce qui donne $x = \dfrac{40 \times 450}{100}$ et donc $x = 180$.
   Le candidat A a recueilli 180 voix dans ce bureau de vote.

26.4 Proportionnalité et représentation graphique dans un repère du plan

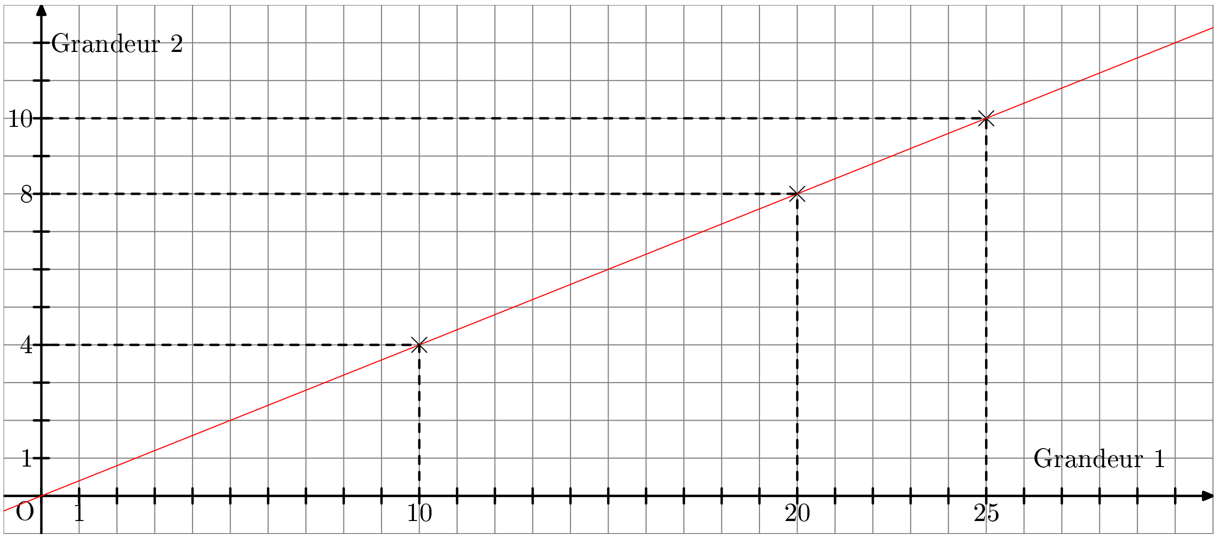
Propriété

Dans un repère du plan :
• si on représente une situation de proportionnalité, alors on obtient des points **alignés avec l'origine** du repère.
• si on a des points alignés avec l'origine du repère, alors cette représentation graphique illustre une situation de proportionnalité.

Par exemple :

Grandeur 1	10	20	25
Grandeur 2	4	8	10

Cette situation de proportionnalité est représentée graphiquement dans un repère par des points alignés avec l'origine :



26.5 Calculer une vitesse moyenne, une distance, une durée grâce à la relation $d = v \times t$

Définition

Le mouvement d'un mobile sera dit **uniforme** si la durée du parcours est proportionnelle à la distance parcourue ; dans ce cas, le coefficient de proportionnalité est appelé **vitesse moyenne** du mobile.
Si on note d la distance parcourue, t la durée du parcours et v la vitesse moyenne,

on a la relation $\boxed{d = v \times t}$. On a également les relations $\boxed{v = \dfrac{d}{t}}$ et $\boxed{t = \dfrac{d}{v}}$

1. **Calculer une vitesse moyenne**

   Un automobiliste effectue un trajet de 522 kilomètres en 6 heures ; quelle est sa vitesse moyenne ?

   Ici, on a $d = 522$ km et $t = 6$h ; on a donc $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{522}{6} = 87$ km/h (ou km.h^{-1}).
   Cet automobiliste roule donc à la vitesse moyenne de 87 km/h.

   On peut effectuer un **changement d'unité de vitesse** de la manière suivante :

   On a $d = 522\,000$ m et $t = 6 \times 60 \times 60 = 21\,600$ secondes ; ainsi $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{522\,000}{21\,600} \approx 24$ m/s (ou m.s^{-1}).

2. **Calculer une distance**

   Un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 64 km/h pendant 3h15min. Quelle distance a-t-il parcouru ?

   On commence par convertir la durée du parcours en **nombre décimal d'heures** :

   3h15min=3h $\dfrac{15}{60}$h=3h$\frac{1}{4}$h=3,25h.
   Puis on applique la formule : $d = v \times t = 64 \times 3{,}25 = 208$ km.

   Cet automobiliste a parcouru 208 kilomètres.

3. **Calculer une durée**

   Un automobiliste roule à la vitesse moyenne de 80 km/h sur une distance de 272 km. Combien de temps ce parcours lui prendra-t-il ?

   On applique la formule : $t = \dfrac{d}{v} = \dfrac{272}{80} = 3,4\text{h}.$

   On convertit en heures et minutes : 3,4h=3h+0,4h=3h+(0,4×60)min=3h24min

   Cet automobiliste roulera pendant 3 heures et 24 minutes.