

## Mathématiques : 1ère Année Collège

### Séance 5 (Inégalité triangulaire et médiatrice d'un segment)

#### Sommaire

#### I- Inégalité triangulaire

1-1/ Positions d'un point et un segment

1-2/ Propriété

#### II- Médiatrice d'un segment

2-1/ Définition

2-2/ Propriété directe

2-3/ Propriété réciproque

#### III- Médiatrices d'un triangle

3-1/ Définition

3-2/ Propriété

3-3/ Cas particuliers

#### IV- Exercices

4-1/ Exercice 1

4-2/ Exercice 2

4-3/ Exercice 3

4-4/ Exercice 4

4-5/ Exercice 5

4-6/ Exercice 6

---

#### I- Inégalité triangulaire

1-1/ Positions d'un point et un segment

a) Si un point n'appartient pas à un segment :

Soient  $[AB]$  un segment et  $M$  un point.

Si  $M \notin [AB]$ , alors  $AB < MA + MB$ .

b) Si un point appartient à un segment :

Soient  $[AB]$  un segment et  $M$  un point.

Si  $M \in [AB]$ , alors  $AB = MA + MB$ .

## 1-2/ Propriété

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres.

Si  $ABC$  est un triangle, alors :

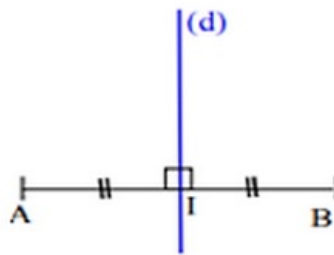
$$\begin{cases} AB < AC + BC \\ AC < AB + BC \\ BC < AB + AC \end{cases}$$

Cette propriété est dite :  
Inégalité triangulaire

## II- Médiatrice d'un segment

### 2-1/ Définition

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

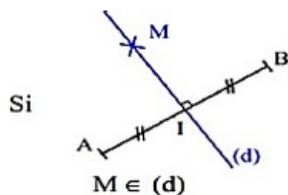


### 2-2/ Propriété directe

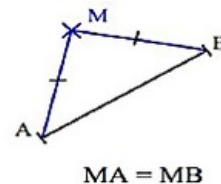
Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant à ses extrémités.

Soient  $[AB]$  un segment,  $(D)$  sa médiatrice et  $M$  un point.

Si  $M \in (D)$ , alors  $MA = MB$ .



Alors

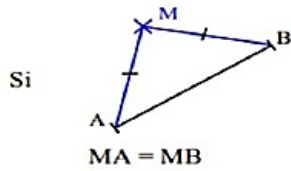


### 2-3/ Propriété réciproque

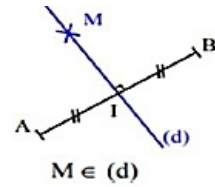
Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Soient  $[AB]$  un segment,  $(D)$  sa médiatrice et  $M$  un point.

Si  $MA = MB$ , alors  $M \in (D)$



Alors

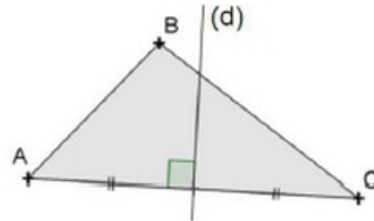


### III- Médiatrices d'un triangle

#### 3-1/ Définition

La médiatrice d'un triangle est la médiatrice de l'un de ses côtés.

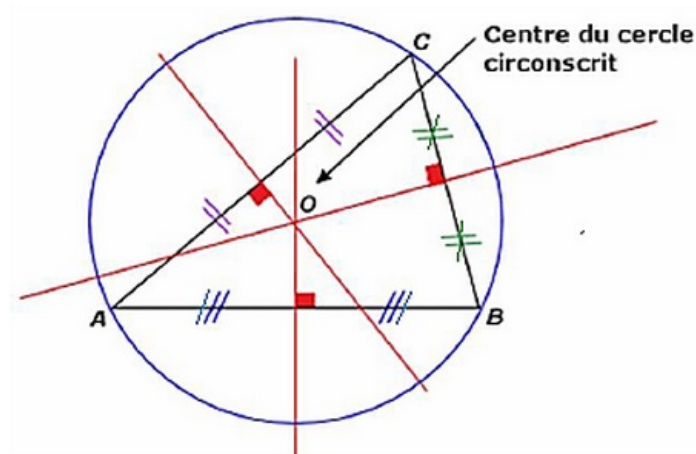
#### Exemple



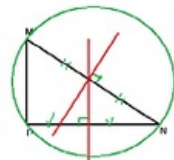
La droite (d) est une médiatrice du triangle ABC

#### 3-2/ Propriété

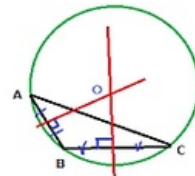
Les médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit à ce triangle



#### 3-3/ Cas particuliers



Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de l'hypoténuse



Le centre du cercle circonscrit à un triangle à un angle obtus existe à l'extérieur du triangle

### IV- Exercices

#### 4-1/ Exercice 1

1) Compléter:

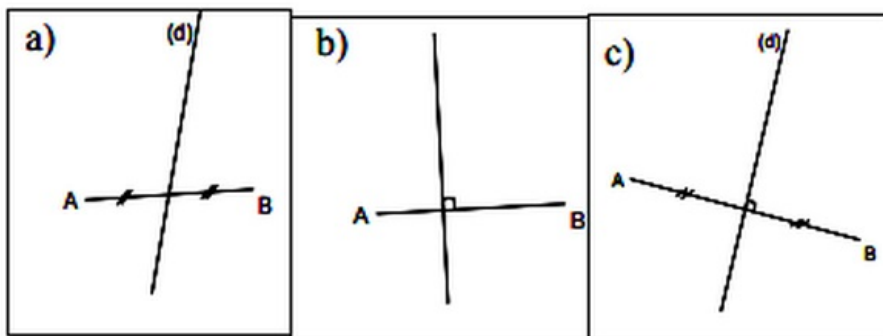
- Pour un triangle ABC A,B et C sont \_\_\_\_\_ .
- $[AB]$ ,  $[BC]$  et  $[AC]$  sont \_\_\_\_\_ .

2) Sans faire de dessin, peut-on construire ces trois triangles ? Explique pourquoi.

- ABC avec  $AB=7\text{cm}$  ,  $AC=3\text{cm}$  et  $BC=5\text{cm}$ .
- DEF avec  $DE=2\text{cm}$  ,  $EF=6\text{cm}$  et  $DF=3\text{cm}$ .
- OIJ avec  $OJ=4\text{cm}$  ,  $IJ=6\text{cm}$  et  $OI=10\text{cm}$

## 4-2/ Exercice 2

Dans quels cas la droite (d) est-elle la médiatrice de  $[AB]$  ? Justifier la réponse.



## 4-3/ Exercice 3

- 1) Construire trois points A, B et C alignés dans cet ordre tel que  $AB = 5\text{ cm}$  et  $BC = 5,8\text{ cm}$ .
- 2) Construire la médiatrice (d) de  $[AB]$  et (d') la médiatrice de  $[BC]$ .
- 3) Démontrer que (d) et (d') sont parallèles.

## 4-4/ Exercice 4

Tracer un cercle (C) de centre O et de Rayon 2 cm

Placer deux point A et B sur le cercle (C) tel que  $AB = 3\text{ cm}$

Tracer la corde  $[AB]$

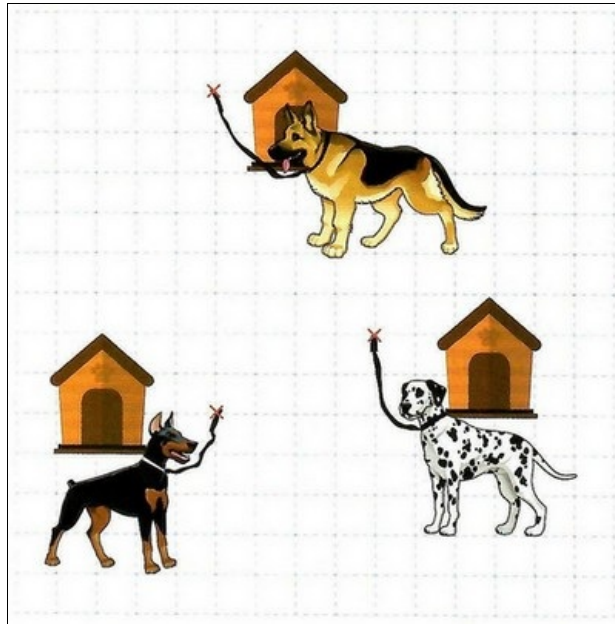
Placer le point M milieu de  $[AB]$

Montrer que (OM) et La médiatrice de segment  $[AB]$

## 4-5/ Exercice 5

Trois chiens sont dans des enclos.

La figure suivante permet de situer les piquets auquel chaque chien est attaché. Une longueur d'un centimètre sur le dessin correspond à une longueur d'un mètre en réalité :



Chaque laisse qui relie un chien au piquet a une longueur de  $3m$ .

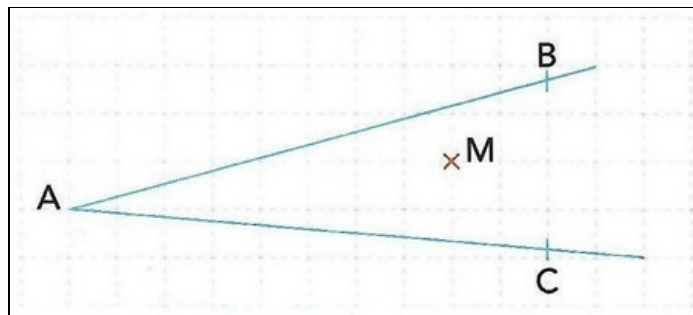
1. Mettre en couleur la zone que les trois chiens peuvent atteindre.

On doit placer une gamelle commune aux trois chiens.

2. Situer le point  $M$  représentant la position de la gamelle qui soit équidistante aux piquets des trois chiens. Expliquer.

#### 4-6/ Exercice 6

$M$  est un point situé à l'intérieur de l'angle  $\widehat{BAC}$  :



1. Placer le point  $P$  pour que  $(AB)$  soit la médiatrice de  $[MP]$ .
2. Placer le point  $Q$  pour que  $(AC)$  soit la médiatrice de  $[MQ]$ .
3. Déterminer en justifiant la réponse, le centre du cercle circonscrit au triangle  $MPQ$ .