

Madrasatona

Mathématiques : 1ère Année Collège

Séance 13 (Développement et factorisation)

Sommaire

I- Rappel

1-1/ Signe devant une parenthèse

1-2/ Suppression du symbole de multiplication

II- Expression littérale

2-1/ Définition

III- Développement

3-1/ Définition

3-2/ Propriété 1 : Produit d'un nombre par une somme

3-3/ Propriété 2 : Produit d'un nombre par une différence

3-4/ Propriété 3 : Produit de deux sommes et de deux différences
(double distributivité)

IV- Factorisation

4-1/ Définition

4-2/ Propriété

V- Les identités remarquables

5-1/ Règle

VI- Exercices

6-1/ Exercice 1

6-2/ Exercice 2

6-3/ Exercice 3

6-4/ Exercice 4

6-5/ Exercice 5

6-6/ Exercice 6

6-7/ Exercice 7

I- Rappel

1-1/ Signe devant une parenthèse

Dans une somme algébrique, les parenthèses précédées du signe + ne changent pas les signes des nombres situés dans la parenthèse.

En revanche, celles précédées du signe – changent les signes.

Exemple

1-2/ Suppression du symbole de multiplication

Afin d'alléger les écritures, on peut ne pas écrire le signe dans les calculs lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse.

Par exemple :

- « $3 \times (5 + 6)$ » devient « $3(5 + 6)$ »
- « $(1 + 2) \times (3 + 4)$ » devient « $(1 + 2)(3 + 4)$ »
- « $5 \times a$ » devient « $5a$ »
- « $a \times b$ » devient « ab »

II- Expression littérale

2-1/ Définition

Une expression littérale contient des nombres et des lettres représentant des variables.

Exemples

1. « $B = 5x^2 + 3x + (4x - 2) - (x^2 + 1)$ » est une expression littérale.

$$x^2 = x \times x$$

« x » représente un nombre quelconque. C'est une variable, ou une inconnue.

2. « $C = 5x^2 + 3y + (4x - 2) - (y + 1)$ » est une expression littérale ayant 2 variables x et y .

Chaque lettre représente un nombre.

Si une même lettre figure plusieurs fois dans la même expression, elle y représente le même nombre.

III- Développement

3-1/ Définition

Le développement c'est l'écriture d'un produit en une somme ou en une différence.

Exemple

3-2/ Propriété 1 : Produit d'un nombre par une somme

Soient a , b et k des nombres relatifs.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \qquad (a + b) \times k = k \times a + k \times b$$

3-3/ Propriété 2 : Produit d'un nombre par une différence

Soient a , b et k des nombres relatifs.

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b \quad (a - b) \times k = k \times a - k \times b$$

3-4/ Propriété 3 : Produit de deux sommes et de deux différences (double distributivité)

Soient a , b , c et d des nombres relatifs.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd \quad (a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

IV- Factorisation

4-1/ Définition

La factorisation est l'écriture d'une somme ou d'une différence en un produit.

4-2/ Propriété

Soient a , b et k des nombres relatifs.

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$
$$k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

k s'appelle le **facteur commun**

- Pour factoriser on cherche d'abord le facteur commun.

V- Les identités remarquables

5-1/ Règle

Soient a et b deux nombres relatifs.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

VI- Exercices

6-1/ Exercice 1

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 2(1 - x) =$$

$$B = 6x(2x + 5) =$$

$$C = -4x(x^2 - 3x + 1) =$$

$$D = -3(5x - 4) - 2(x + 2) =$$

$$E = -5x(-x - 1) - 2x(x + 4) =$$

$$F = (6x + 3)(2x + 3) =$$

$$G = (3x - 4)(4x - 7) =$$

$$H = 6x^2(1 - x^2 + x) - 7x(3x - 2) + 5x - 8 =$$

6-2/ Exercice 2

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$$A = 20x - 4 =$$

$$B = -5x^2 + 11x =$$

$$C = -7x^2 + 21x^3 - 14x =$$

$$D = 6x^4 - 12x^3 + 15x^2 =$$

$$E = 15x^6 - 5x^4 + 20x^2 =$$

$$F = -7(x + 1) - 4x(x + 1) =$$

$$G = (x + 3)(2x + 3) - 7(2x + 3) =$$

$$H = (3x - 4)(5x + 4) - (3x - 4)(x - 2) =$$

$$I = 3x(5x - 7) - (5x + 7)(5x - 7) + (2x + 1)(5x - 7) =$$

6-3/ Exercice 3

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (2x + 9)^2$$

$$B = (4x - 8)^2$$

$$C = (6x - 5)(6x + 5)$$

$$D = (10x - 5)^2 - (7x + 7)^2$$

$$E = (3x - 4)^2 + (x + 2)(x - 2)$$

$$F = (7x - 8)(7x + 8) + (6x + 4)^2$$

6-4/ Exercice 4

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

$$A = 16x^2 - 8x + 1$$

$$B = 9x^2 - 42x + 49$$

$$C = 16 - 25x^2$$

$$D = 25x^2 - 20x + 4$$

$$E = 49x^2 + 84x + 36$$

$$F = (-6x + 3)^2 - 16$$

6-5/ Exercice 5

On pose :

$$A = (3x - 1)^2$$

$$B = (2x + 4)^2$$

$$C = (3x - 1)(2x + 4)$$

1. Développer et simplifier : A et B et C .
2. Factoriser : $A - B$
3. Factoriser : $A + 2C + B$

6-6/ Exercice 6

Factoriser puis calculer :

$$A = 14 \times (-3) + 14 \times (7) + 14 \times 6 + 14 \times (-11)$$

$$B = 23 \times (-1,25) - 22 \times (-1,25) - 1,25$$

$$C = 200 \times (-300) + (-100) \times 200 + (-100) \times 99$$

6-7/ Exercice 7

Réduire les expressions suivantes :

$$A = 12,6x + 6x + x - 3,6x$$

$$B = 6x - 20x + 30x$$

$$C = 3x - 21x + 4x$$

$$D = -2x + 8x + x$$

$$E = 3x + 2x + 6 - (6 - 7x)$$

$$F = (5x + 1) - (3x + 1) - 2x$$